2008년 모의고사 단원별 총모음

수 I　　　수 열　　　담 당:

2점 유형 파악 하기

1.

등차수열 $\{a_n\}$이 $a_2 + a_4 = 14$를 만족시킬 때, $a_1 + a_3 + a_5$의 값은?

[2점] [08년 02월 대성]

① 14　② 21　③ $\frac{5}{3}$　④ $\frac{7}{3}$　⑤ $\frac{8}{3}$

2.

등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. $a_3 + a_8 = 8$이 성립할 때, S_{10}의 값을 구하시오.

[2점][08년 04월 종로]

3점 뛰어 넘기

3.

등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_3 + a_5 + a_7 = 12$, $a_4 + a_6 + a_8 + a_{10} + a_{12} = 50$ 이 성립할 때, $|a_1| + |a_2| + |a_3|$의 값을 구하시오.

[3점] [08년 03월 종로]

4.

등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_1 = 4$, $a_{10} = -14$일 때, $S'_n = \sum_{k=1}^{n} |a_k|$라 하자. S'_{10}의 값은?

[3점][08년 04월 종로]

① 50　② 62　③ 88　④ 112　⑤ 138

5.

등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_1 = 1$, $a_1 - a_2 + a_3 + a_4 - a_5 + a_6 = 17$일 때, $a_8 + a_9$의 값을 구하시오.

[3점][08년 05월 경기]

6.

첫째항 a_1 과 공차가 모두 01 이 아닌 등차수열 $\{\mathrm{a_n}\}$ 에 대하여 $a_1^2 + a_3^2 = a_2^2 + a_4^2$ 이 성립할 때, $\frac{a_2}{a_1}$ 의 값은 ?

[3점] [08년 07월 대성]

① $\frac{1}{3}$　② $\frac{1}{2}$　③ $\frac{2}{3}$　④ $\frac{3}{2}$　⑤ 2

7.

등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_2 = -1$, $a_1 + 2a_3 = 0$일 때, a_{10}의 값은?

[3점] [08년 07월 인천]

① 17　② 19　③ 21　④ 23　⑤ 25

8.

등차수열 $\{a_n\}$에서 $a_1 = 11$, $a_2 = 8$일 때,

$$|a_1| + |a_2| + |a_3| + \cdots + |a_{20}|$$

의 값을 구하시오.

[3점] [08-8월 중앙일보(종로)]

9.

첫째항이 3이고 공차가 3인 등차수열 3, 6, 9, 12, 15, $\cdots$를 $3691215\cdots$와 같이 순서대로 이어 붙여 나열할 때, 맨 왼쪽에서 n번째의 숫자를 a_n이라 하자. 예를 들어 $a_5 = 2$이다. 이 때, a_{53}의 값을 구하시오.

[3점] [08년 09월 대성]

10.

등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$a_{16} + a_{17} + a_{18} + a_{19} + a_{20} = 440$, $a_{22} + a_{24} + a_{26} = 12$

가 성립할 때, 첫째항 a_1의 값을 구하시오.

[3점] [2008년 10월 고려]

11.

공차가 -3인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$(a_9 + a_{10})$: $(a_{10} + a_{11}) = 2$: 1이 성립할 때, 이 수열의 첫째항은?

[3점][08 10월 종로월례]

① $\frac{59}{2}$ ② 30 ③ $\frac{61}{2}$

④ 31 ⑤ $\frac{63}{2}$

12.

공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_1 + a_5 + a_9 = 45$$

일 때, $a_1 + a_{10}$의 값을 구하시오.

[3점] [2008년 11월 수능]

13.

오른쪽 그림과 같이 각 가로줄로는 공차가 3인 등차수열을, 각 세로줄로는 공차가 4인 등차수열을 이루도록 수를 배열하였다. 이 때, 네 번째 줄부터 대각선 방향으로 이루어진 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{n=1}^{11} a_n$의 값은?

1	4	7	10	13	16	$\cdots$		
5	8	11	14	17	$\cdots$			
9	12	15	18	$\cdots$				
13	16	19	a_1	$\cdots$				
17	20	$\cdots$		a_2				
21	$\vdots$				a_3			
$\vdots$						a_4		
							a_5	
								$\ddots$

[3점] [08년 02월 대성]

① 619 ② 621

③ 623 ④ 625

⑤ 627

14.

두 등차수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여

$$a_1 + b_1 = 45, \quad \sum_{k=1}^{10} a_k + \sum_{k=1}^{10} b_k = 500$$

일 때, $a_{10} + b_{10}$ 의 값을 구하시오.

[3점] [08년 03월 서울]

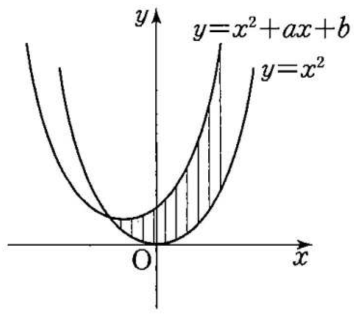
15.

$a_1 = 1$, $b_1 = 2$ 이고 $a_{10} + b_{10} = 25$ 를 만족시키는 두 등차수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이 있다. 수열 $\{a_n + b_n\}$의 첫째항부터 제 10항까지의 합을 구하시오.

[3점] [08년 04월 대성]

16.

다음 그림과 같이 포물선 $y = x^2 + ax + b\ (a > 0)$와 $y = x^2$의 교점의 오른쪽 부분에 같은 간격으로 y축과 평행하게 20개의 선분을 그었다. 이들 선분 중 가장 짧은 것의 길이는 3이고, 가장 긴 것의 길이는 9일 때, 이 10개의 선분들의 길이의 합은?

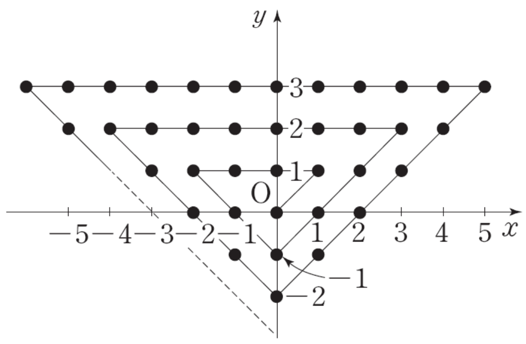


[3점][08년 04월 동아(유웨이)]

① 60 ② 65 ③ 70 ④ 75 ⑤ 80

17.

좌표평면의 원점$(0, 0)$에서 출발하여 다음 그림과 같이 x, y의 좌표가 모두 정수인 점 $(1,\ 1), (0,\ 1), (-1,\ 1),\ (-2,\ 1), \cdots$을 지나는 꺽인 선이 있다.



원점 O에서 위의 그림과 같이 꺽인 선을 따라 $\mathrm{P}(0,\ 10)$에 이르는 거리는 $k(1+\sqrt{2})$ (k는 유리수)이다. k의 값을 구하시오.

[3점][08년 04월 종로]

18.

수학자 드 므와브르에 대하여 다음과 같은 일화가 전해지고 있다.

드 므와브르는 자신의 수면 시간이 매일 15분씩 길어진다는 것을 깨닫고, 수면 시간이 24시간이 되는 날을 계산하여 그날에 자신이 죽을 것이라고 예측하였다. 그런데, 놀랍게도 그날에 수면하는 상태에서 생을 마쳤다.

드 므와브르가 매일 밤 12시에 잠든다고 가정할 때, 처음 이 사실을 알게 된 날의 수면 시간이 14시간이었다면 그날부터 생을 마칠 때까지 깨어있는 시간의 합은?

[3점][08년 04월 경기도교육청]

① 197　② 205　③ 214
④ 224　⑤ 235

19.

첫째항이 $a\ (a \neq 0)$이고 공차가 d인 등차수열 $\{a_n\}$이 임의의 자연수 m, n에 대하여

$a_m + a_n = a_{m+n}$

을 만족시킨다. $\sum_{n=1}^{10} a_n$의 값을 나타내는 것은?

[3점] [08년 10월 서울]

① $25a$　② $35a$　③ $45a$
④ $55a$　⑤ $65a$

20.

등차수열 $\{a_n\}$ 에서

$a_1 + a_3 + a_5 + \cdots + a_{2n-1} = 3n^2 - 2n\ (n = 1, 2, 3, \cdots)$일 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고른 것은 ?

[3점][08년 08월 대성]

< 보 기 >

ㄱ. $a_{n+1} - a_n = 3$
ㄴ. $a_{20} = 58$
ㄷ. $a_2 + a_4 + a_6 + \cdots + a_{2n} = 3n^2 + n$

①ㄴ　②ㄱ, ㄴ　③ㄱ, ㄷ
④ㄴ, ㄷ　⑤ㄱ, ㄴ, ㄷ

21.

등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{10} a_k = A$, $\sum_{k=11}^{20} a_k = B$일 때, 다음 중 $\sum_{k=21}^{30} a_k$를 A, B를 이용하여 바르게 나타낸 것은?

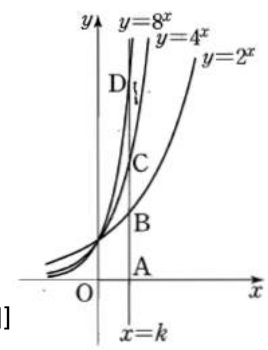
[3점][08-8월 종로월례]

① $-A+2B$　② $A+B$
③ $A+2B$　④ $2A-B$
⑤ $2A+B$

22.

그림과 같이 직선 $x=k\ (k>0)$가 x축 및 세 곡선 $y=2^x$, $y=4^x$, $y=8^x$과 만나는 점을 차례로 A, B, C, D라 하고, $\overline{\mathrm{AB}}=a$, $\overline{\mathrm{BC}}=b$, $\overline{\mathrm{CD}}=c$라 하자. b, a, c가 이 순서로 등차수열을 이룰 때, 상수 k의 값은?

[3점] [08-8월 중앙 유웨이]



① $\frac{1}{4}\log_2 3$　② $\frac{1}{3}\log_2 3$
③ $\frac{1}{2}\log_2 3$　④ $\frac{1}{3}\log_2 5$
⑤ $\frac{1}{2}\log_2 5$

23.

공차가 d인 등차수열 $\{a_n\}$에서 첫째항부터 제5항까지의 합이 30으로 최대가 될 때, 공차 d의 범위는?

[3점][08년 09월 동아일보(유웨이)]

① $-5 \leqq d < -4$　② $-3 \leqq d < -2$　③ $-3 \leqq d < -1$
④ $-2 \leqq d < 0$　⑤ $-1 \leqq d < 1$

24.

등비수열 $\{a_n\}$ 이 $a_2=3$, $a_5=24$ 일 때, a_8 의 값을 구하여라.

[3점] [08년 01월 유웨이]

25.

각 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 세 조건을 만족할 때, $a_4+a_5+a_6$ 의 값을 구하시오.

[3점][08년 03월 대성]

(가) 모든 자연수 n 에 대하여 ${a_{n+1}}^2=a_n \cdot a_{n+2}$
(나) $a_1+a_2+a_3=14$
(다) $\dfrac{a_4}{a_1}+\dfrac{a_5}{a_2}+\dfrac{a_6}{a_3}=24$

26.

등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_1-a_2=p$, $a_3+a_4+a_5=q$일 때, 다음 중 $\dfrac{pq}{a_1}$의 값과 항상 같은 것은?

[3점] [08년 02월 유웨이]

① a_2 ② a_3-a_6 ③ $3a_3$ ④ ${a_3}^2$ ⑤ a_2+a_6

27.

등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_1a_2=6$, $a_3a_4=12$일 때, a_7a_8의 값을 구하시오.

[3점][08년 03월 서울]

28.

등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_1 \cdot a_3=36$, $\dfrac{a_5}{a_2}=8$이 성립할 때, a_6의 값을 구하시오. (단, $a_n>0$)

[3점] [08년 03월 종로]

29.

등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_2+a_4=14$, $a_3+a_5=42$ 일 때, 수열 $\{a_n\}$의 첫째항과 공비의 곱은?

[3점] [08년 04월 대성]

① $\dfrac{4}{5}$ ② $\dfrac{7}{5}$ ③ 2 ④ $\dfrac{13}{5}$ ⑤ $\dfrac{16}{5}$

30.

세 수 $\sec x-\tan x$, a, $\sec x+\tan x$가 이 순서로 등비수열을 이룰 때, 다음 중 이 수열의 공비는? (단, a는 양수이다.)

[3점][08년 04월 동아(유웨이)]

① 1 ② $\sec x$ ③ $\tan x$ ④ $\sec x-\tan x$ ⑤ $\sec x+\tan x$

31.

일반항이 $a_n=3p^{n-1}$, $b_n=-3q^{n-1}$ 인 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여 $c_n=a_n \cdot b_n$ 인 수열 $\{c_n\}$ 이 있다. $c_5=4\sqrt{2}\,c_3$ 이고 $c_9=k\,c_5$ 일 때, 상수 k 의 값을 구하시오. (단, $pq \neq 0$)

[3점][08년 05월 경기]

32.

등비수열 $\{a_n\}$에서 $a_4 \cdot a_7=2$일 때, $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdots a_{10}$의 값을 구하시오.

[3점][08년 05월 대성]

33.

공비가 2인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 수열 $\{3a_{n+1}-a_n\}$의 공비는?(단, $a_1 \neq 0$)

[3점] [08년 05월 울산교육청]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

34.

등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_1 \times a_5 \times a_9=3$일 때, $a_1 \times a_2 \times a_3 \times \cdots \times a_9$의 값을 구하시오.

[3점] [08년 05월 종로월례]

35.

수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_4=16$이고 $\dfrac{a_n}{a_{n+1}}=2\,(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$일 때, $a_1 \times a_6$의 값을 구하시오.

[3점][08년 05월 중앙]

36.

수열 $\{a_n\}$의 일반항이 $a_n = 4^{1-n}$일 때, 다음을 만족하는 상수 d, r에 대하여 $\frac{d}{r}$의 값은?

[3점][08년05월 진학에듀]

> ㈎ 수열 $\{\log_2 a_n\}$은 공차가 d인 등차수열이다.
> ㈏ 수열 $\{a_n \cdot a_{n+1}\}$은 공비가 r인 등비수열이다.

① -32 ② -16 ③ -8 ④ -4 ⑤ -1

37.

등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$a_1 - a_2 = p$, $a_3 + a_4 + a_5 = q$

일 때, 다음 중 $\frac{pq}{a_1}$의 값과 항상 같은 것은?

[3점] [08년 06월 동아일보(유웨이)]

① a_2 ② $3a_3$ ③ ${a_3}^2$ ④ $a_2 + a_6$ ⑤ $a_3 - a_6$

38.

등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_4 + a_6 = 42$, $a_5 + a_7 = 84$가 성립할 때, 공비 r의 값은?

[3점] [08-8월 중앙일보(종로)]

① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

39.

양수로 이루어진 등비수열$\{a_n\}$에서

$\log_3 a_1 + \log_3 a_2 + \log_3 a_3 + \log_3 a_4 = 8$ 일 때, $a_1 a_4 + a_2 a_3$ 의 값을 구하시오.

[3점][2008년 10월 종로]

40.

등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_1 + a_3 = 5$, $a_2 + a_4 = 10$이 성립할 때, a_8의 값을 구하시오.

[3점] [2008년 11월 종로]

41.

모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$\log_2 a_1 + \log_2 a_3 = 6$, $\log_2 a_2 + \log_2 a_4 = 8$이 성립할 때, a_5의 값을 구하시오.

[3점] [2008년 11월 중앙]

42.

제 2 항이 6, 제 5 항이 48 인 등비수열의 첫째항부터 제 10 항까지의 합은?

[3점] [08년 03월 동아유웨이]

① $2(3^{10}-1)$ ② $2(3^{10}+1)$ ③ $3(2^{10}-1)$ ④ $3(2^{10}+1)$ ⑤ $2 \cdot 3^{11}$

43.

등비수열 $\{a_n\}$에서 첫째항부터 제 5항까지의 합이 $\frac{31}{2}$이고 곱이 32일 때, $\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}+\frac{1}{a_4}+\frac{1}{a_5}$ 의 값은?

[3점] [08년 03월 서울]

① $\frac{31}{4}$ ② $\frac{31}{8}$ ③ $\frac{31}{12}$ ④ $\frac{8}{31}$ ⑤ $\frac{4}{31}$

44.

수열 $\{a_n\}$ 이

0.23, 0.2323, 0.232323, 0.23232323, $\cdots$

일 때, 일반항 a_n 은 $a_n = \frac{23}{a}\{b-(10^c)^n\}$ 이다. $a+b+c$ 의 값을 구하시오. (단, a, b, c 는 정수)

[3점] [08년 05월 울산교육청]

45.

등비수열 $\{a_n\}$에 대하여,

$a_1 + a_2 + a_3 = 4$, $a_1 a_2 + a_2 a_3 + a_3 a_1 = -16$ 일 때,

$\sum_{n=1}^{2009} a_n$ 의 값은 ?

[3점] [2008년 10월 고려]

① 4 ② 64 ③ $2^{2008}-2$ ④ $2^{2009}-1$ ⑤ $2^{2009}-2$

46.

등비수열 $\{a_n\}$이 다음 두 조건을 만족한다.

(가) $a_1 - 2a_2 = 0$ (나) $a_1 + a_2 + a_3 = 7$

$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}+\cdots+\frac{1}{a_n}=\frac{63}{4}$을 만족시키는 자연수 n에 대하여 $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n$의 값은?

[3점] [08년 06월 대성월례]

① $\frac{15}{2}$ ② $\frac{31}{4}$ ③ $\frac{63}{8}$

④ $\frac{127}{16}$ ⑤ $\frac{255}{32}$

47.

등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 집합 A_k를

$A_k = \{x \mid a_k x^2 + 2a_{k+1}x + a_{k+2} = 0\}\ (k = 1, 2, 3, \cdots)$

이라 할 때, 임의의 자연수 k에 대하여 다음 중 항상 집합 A_k의 원소인 것은?

[3점] [08년 05월 종로월례]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

48.

세 수 $\sin\theta$, $\frac{\sqrt{3}}{4}$, $\cos\theta$가 이 순서로 등차수열을 이룰 때, $3|\tan\theta + \cot\theta|$의 값을 구하시오.

[3점] [08년 05월 울산교육청]

49.

세 수 $\sin\theta$, $\frac{\sqrt{3}}{4}$, $\cos\theta$가 이 순서로 등차수열을 이룰 때, $3|\tan\theta + \cot\theta|$의 값을 구하시오.

[3점] [08년 05월 울산교육청]

50.

$-\sec^2\theta$, x, $\tan^2\theta$가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, x의 값은?

[3점] [08년 07월 동아일보]

① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

51.

세 수 $\log_3 2$, $\log_9 8$, $\log_{81} x$가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 자연수 x의 값을 구하시오.

[3점][08년 10월 동아일보(유웨이)]

52.

세 수 $1-a$, 10, $2+2a$가 이 순서로 등차수열을 이룰 때, a의 값을 구하시오.

[3점][08년 10월 대전교육청]

53.

삼차방정식 $x^3 + ax^2 - 16x + 64 = 0$의 세 실근 α, β, γ가 이 순서로 등비수열을 이룰 때, 상수 a의 값은?

[3점] [08년 05월 동아일보]

① -2 ② -4 ③ -8 ④ -16 ⑤ -32

54.

다항식 $f(x) = x^2 + 3x + a$를 $x+1$, x, $x-1$로 나누었을 때의 나머지를 각각 R_1, R_2, R_3라 하자. 세 수 R_1, R_2, R_3가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, 상수 a의 값은?

[3점] [08년 06월 종로]

① 0 ② 2 ③ 4

④ 6 ⑤ 8

55.

세 순환소수 $0.\dot{1}$, $0.0\dot{a}$, $0.00\dot{9}$가 이 순서로 등비수열을 이룰 때, 한 자리 자연수 a의 값은?

[3점][08년 10월 대전교육청]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

56.

네 수 1, a, b, c는 이 순서대로 공비가 r인 등비수열을 이루고 $\log_8 c = \log_a b$를 만족시킨다. 공비 r의 값은?

(단, $r > 1$)

[3점] [2008년 11월 수능]

① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

57.

3과 9 사이에 두 개의 양의 실수를 넣으면 처음 세 항은 등비수열을 이루고 끝의 세 항은 등차수열을 이룬다. 이 때, 넣은 두 실수의 합은?

[3점] [08년 06월 대성월례]

① $\frac{27}{2}$ ② $\frac{45}{4}$ ③ $\frac{21}{2}$
④ 10 ⑤ $\frac{19}{2}$

58.

서로 다른 두 수 x, y가 있다. 세 수 $4, x, y$가 이 순서대로 등차수열을 이루고 세수 $2x, \frac{y}{2}, \frac{1}{2}$가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, x^2+y^2의 값은?

[3점] [2008년 10월 진학에듀]

① 1 ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{9}{4}$ ④ 5 ⑤ 9

59.

수열 $\{a_n\}$에서 $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n=n^2+2n$ 일 때, $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{19}$ 의 값을 구하시오.

[3점][08년 02월 유웨이]

60.

수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합 S_n이 $S_n=n^2+2n$일 때, a_{10}의 값을 구하시오.

[3점] [08년 04월 중앙(동아)]

61.

수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제n항까지의 합 S_n 이 $S_n=2\cdot 3^n-2$ 일 때, 옳은 것을 <보기>에서 모두 고르면?

[3점][08년 05월 경기]

< 보 기 >

ㄱ. $a_3=36$
ㄴ. $\{a_n\}$ 은 등비수열이다.
ㄷ. $\{\log_{10} a_n\}$ 은 등차수열이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

62.

각 항이 실수이고, $a_1=8,\ a_4=1$인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라 할 때, $\frac{a_{2010}-a_{2009}}{S_{2010}-S_{2008}}$의 값은?

[3점][08년05월 진학에듀]

① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $-\frac{1}{4}$
④ $-\frac{1}{6}$ ⑤ $-\frac{1}{8}$

63.

수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합 S_n이 $S_n=2^n-1$일 때, a_9의 값을 구하시오.

[3점][08년 09월 평가원]

64.

수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 곱 P_n이 $P_n=3^n\cdot 2^{\frac{n(n-1)}{2}}$일 때, a_5 의 값을 구하시오.

[3점] [08년 03월 종로]

2008년 모의고사 단원별 총모음

4점 넘어 일등급으로

65.

어느 둔각삼각형의 세 변의 길이는 모두 100보다 작은 양의 정수이고, 등차수열을 이룬다고 한다. 이와 같은 삼각형이 모두 x개 존재 할 때, x의 값을 구하시오.

[4점] [08년 03월 동아유웨이]

66.

다음은 각 항이 정수인 등차수열에서 연속한 네 항의 곱과 공차의 네제곱의 합은 항상 어떤 정수의 제곱이 됨을 증명한 것이다.

< 증 명 >

각 항이 정수인 등차수열에서 연속한 네 항을

$a-3d,\ a-d,\ \boxed{},\ a+3d$

로 놓으면 연속한 네 항의 곱과 공차의 네제곱의 합은 다음과 같다.

$(a-3d)(a-d)(\boxed{})(a+3d)+(2d)^4$

$=(a^2-\boxed{\text{(가)}})^2$

한편, $a-d,\ a+d$가 정수이므로 $2a,\ 2d$도 정수이다.

$a^2-\boxed{\text{(가)}}=(a-3d)(a+3d)+\boxed{\text{(나)}}$

이 때, $a-3d,\ a+3d$와 $\boxed{\text{(나)}}$가(이) 정수이므로 $a^2-\boxed{\text{(가)}}$도 정수이다.

따라서, 각 항이 정수인 등차수열에서 연속한 네 항의 곱과 공차의 네제곱의 합은 항상 어떤 정수의 제곱이 된다.

위의 증명에서 (가), (나)에 알맞은 것은?

[4점] [08년 04월 중앙(동아)]

	(가)	(나)		(가)	(나)
①	$5d^2$	d^2	②	$5d^2$	$4d^2$
③	$5d^2$	$9d^2$	④	$7d^2$	$4d^2$
⑤	$7d^2$	$9d^2$			

67.

다음과 같이 모든 성분이 양수인 9행 9열의 행렬이 있다.

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{19} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{29} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{91} & a_{92} & a_{93} & \cdots & a_{99} \end{pmatrix}$$

각 행의 수열은 각각 등차수열을 이루고, 각 열의 수열은 각각 등비수열을 이루며 이 때 각 열의 수열의 공비는 모두 같다.

$a_{21}=1,\ a_{42}=\dfrac{1}{8},\ a_{43}=\dfrac{3}{16}$ 일 때, $a-99=\dfrac{q}{p}$ ($p,\ q$는 서로소인 자연수)이다. 이 때, $p+q$의 값을 구하시오.

[4점] [08년 07월 대성]

68.

오른쪽 표의 빈 칸에 알맞은 수를 써 넣어 각 행의 네 수가 등차수열을 이루고, 동시에 각 열의 네 수도 등차수열을 이루도록 할 때, x의 값을 구하시오.

[4점][08-8월 종로월례]

	제 1 열	제 2 열	제 3 열	제 4 열
제1 행	0			
제2 행		5		
제3 행				19
제4 행			20	x

69.

수열 $\{a_n\}$은 첫째항이 3이고 공차가 2인 등차수열이다. a_n $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$의 값을 이진법의 수로 나타내었을 때의 자릿수를 b_n이라 하자. 예를 들면 $a_2=5$이고 5를 이진법의 수로 나타내면 $101_{(2)}$이고 세 자리 수이므로 $b_2=3$이다.

이 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

[4점] [2008년 10월 대성]

< 보 기 >

ㄱ. $b_5=4$

ㄴ. $b_{16}=b_8+1$

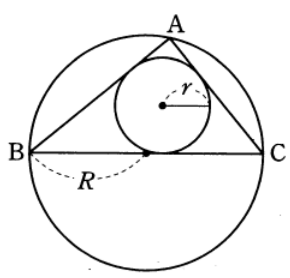
ㄷ. 수열 $\{b_n\}$에서 $b_n\leq 10$인 항의 개수는 512이다.

① ㄱ　　② ㄷ　　③ ㄱ, ㄴ

④ ㄴ, ㄷ　　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

70.

그림과 같이 외접원의 반지름의 길이가 R, 내접원의 반지름의 길이가 r인 삼각형 ABC가 있다. 변 BC가 외접원의 지름이고 삼각형 ABC의 세 변의 길이가 등차수열을 이룰 때, 이 수열의 공차 d는 두 상수 $p,\ q$에 대하여 $d=pR,\ d=qr$를 만족한다. 이 때, $p+q$의 값은? (단, $d>0$)



[4점][08년 11월 동아일보]

① $\dfrac{6}{5}$　② $\dfrac{7}{5}$　③ $\dfrac{8}{5}$　④ $\dfrac{9}{5}$　⑤ $\dfrac{11}{5}$

71.

그림과 같이 $\angle C=90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 꼭짓점 C에서 빗변 AB에 내린 수선의 발을 D라 하자. $\triangle ADC$, $\triangle CDB$, $\triangle ACB$의 넓이가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, $\cos B$의 값은?

[4점] [2008년 11월 중앙]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{2}$

③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{\sqrt{5}}{3}$

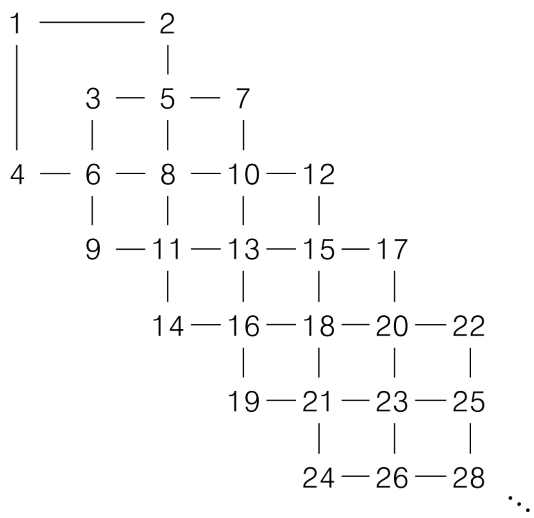
⑤ $\frac{\sqrt{6}}{3}$

72.

그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형들을 한 변의 길이가 1인 정사각형이 만들어지도록 겹치게 그리고, 교점과 꼭지점에 자연수를 규칙적으로 적었다. 이때, 한 변의 길이가 2인 각 정사각형의 네 꼭짓점에 적힌 자연수를 성분으로 하는 이차정사각행렬을 성분의 합이 작은 것부터 차례로 A_1, A_2, A_3, $\cdots$, A_n, $\cdots$ 이라 하자.

예를 들면 $A_1=\begin{pmatrix}1&2\\4&8\end{pmatrix}$, $A_2=\begin{pmatrix}3&7\\9&13\end{pmatrix}$이다. 행렬 A_{10}의 모든 성분의 합을 구하시오.

[4점][08년 04월 경기도교육청]



73.

수열 $\{a_n\}$에 대하여 수열

a_1-a_2, a_2-a_3, a_3-a_4, $\cdots$

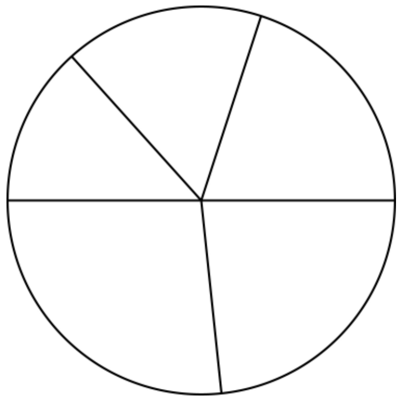
이 첫째항이 1, 공차가 -2인 등차수열을 이룰 때, $a_{20}-a_1$의 값을 구하시오.

[4점] [08년 06월 종로]

74.

그림과 같이 반지름의 길이가 15인 원을 5개의 부채꼴로 나누었더니 부채꼴의 넓이가 작은 것부터 차례로 등차수열을 이루었다. 가장 큰 부채꼴의 넓이가 가장 작은 부채꼴의 넓이의 2배일 때, 가장 큰 부채꼴의 넓이는 $k\pi$이다. 이때 k의 값을 구하시오.

[4점][08년 03월 서울교육청]



75.

공차가 d_1, d_2인 두 등차수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 각각 S_n, T_n이라 하자.

$$S_n T_n = n^2(n^2-1)$$

일 때, <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은?

[4점] [08년 06월 평가원]

<보 기>

ㄱ. $a_n=n$이면 $b_n=4n-4$이다.

ㄴ. $d_1 d_2 = 4$

ㄷ. $a_1 \neq 0$이면 $a_n=n$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ

④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

76.

공차가 음인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{200} a_k = 0$이다. $\sum_{k=1}^{n} a_k$의 값이 최대일 때, n의 값을 구하시오.

[4점] [2008년 10월 고려]

77.

다음은 별의 밝기에 대한 자료이다.

(가) 그리스의 히파르코스는 맨눈으로 보았을 때 별을 그 밝기에 따라 6단계로 구분하였는데, 가장 밝은 별을 1등성, 가장 어두운 별을 6등성으로 하였다. 19세기에 영국의 J.허셜은 이러한 별들의 밝기를 연구한 결과, 각 단계의 별들의 밝기는 등비수열을 이루고, 1등성의 밝기는 6등성의 밝기의 100배임을 발견하였다. 이와 같이 우리 눈에 보이는 밝기에 따라 정한별의 등급을 실시등급이라고 한다. (나) $10pc$의 거리에서 보았을 때 별의 밝기를 등급으로 나타낸 것을 별의 절대등급이라 한다. (다) 별의 밝기는 거리의 제곱에 반비례한다.

절대등급이2이고 실시등급이 n $(n=1,\ 2,\ \ldots,\ 6)$ 등성인 별에 대하여 지구에서 이 별까지의 거리를 a_n이라 할 때, $a_3 : a_5$는?

[4점] [08년 02월 대성]

① $4 : 25$　② $2 : 5$
③ $16 : 25$　④ $1 : 10$
⑤ $1 : 20$

78.

원산지에서 생산되는 참외 가격은 도매상에서 중간상인을 거칠 때마다 일정한 비율로 오른다. 소비자에게 판매하기까지 중간 상인을 5번 거칠 때 참외 가격이 원산지 가격의 5배가 되었다. 유통과정을 개선하여 중산상인을 2번 거치게 하면 소비자에게 판매되는 가격은 원산지 가격의 약 몇 배가 되는가? (단, $\sqrt[5]{5}=1.38$ 로 계산한다.)

[4점] [08년 06월 대성월례]

① 약 1.2 배　② 약 1.5 배　③ 약 1.9 배
④ 약 2.5 배　⑤ 약 3.4 배

79.

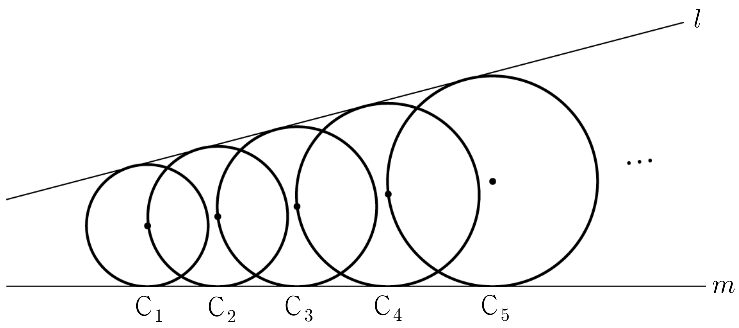
메모리 반도체를 생산하는 A 회사는 회로의 집적도를 1 년마다 2 배로 증가시킬 수 있는 기술을 가지고 있다. 이 회사는 2006 년 초 32Gb, 2007 년 초 64Gb , 그리고 2008 년 초 128Gb 용량의 메모리 제품을 시판하였고 앞으로도 매년 용량을 2 배로 늘린 신제품을 내놓을 계획이다. 한편 경쟁 업체인 B 회사는 최근 회로의 집적도를 9 개월마다 2 배로 증가시킬 수 있는 신기술을 개발하는데 성공했다. B 회사가 2008 년 초에 4Gb 제품을 시판하였다고 할 때, B 회사 메모리 제품의 용량이 A 회사 메모리 제품의 용량과 같아지는 것은 몇 년 후인지 구하시오.

[4점] [08년 06월 대성월례]

80.

그림과 같이 두 직선 l, m에 동시에 접하는 원 C_1이 있다.
원 C_1의 중심을 지나고 직선 l, m에 동시에 접하면서 C_1보다 큰 원을 C_2라 하자.
원 C_2의 중심을 지나고 직선 l, m에 동시에 접하면서 C_2보다 큰 원을 C_3라 하자.
이와 같은 방법으로 원 C_k의 중심을 지나고 직선 l, m에 동시에 접하면서 C_k보다 큰 원을 C_{k+1}이라 하자. $(k=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$
원 C_1의 넓이가 1, 원 C_5의 넓이가 4일 때, 원 C_{19}의 넓이를 구하시오.

[4점][08년 04월 경기도교육청]



81.

카메라 렌즈를 통해 들어오는 빛의 밝기는 다음과 같이 정의된 f넘버 ($f-$number)의 수치에 의하여 결정된다.

$$(f\text{넘버})=\frac{(\text{렌즈의 초점거리})}{(\text{열린 조리개의 지름의 길이})}$$

f넘버가 $f_n(n=1,2,3,\cdots)$일 때의 빛의 밝기는 그 다음의 값인 f_{n+1} 일 때의 빛의 밝기의 2배이다. 어떤 카메라에 적혀 있는 f넘버의 수열 $\{f_n\}$에서 $f_2=2$일 때, f_6의 값은?(단, 카메라에 들어오는 빛의 밝기는 열린 조리개의 넓이에 비례한다.)

[4점] [08년 04월 중앙(동아)]

① 6　② 7　③ 8　④ 9　⑤ 10

82.

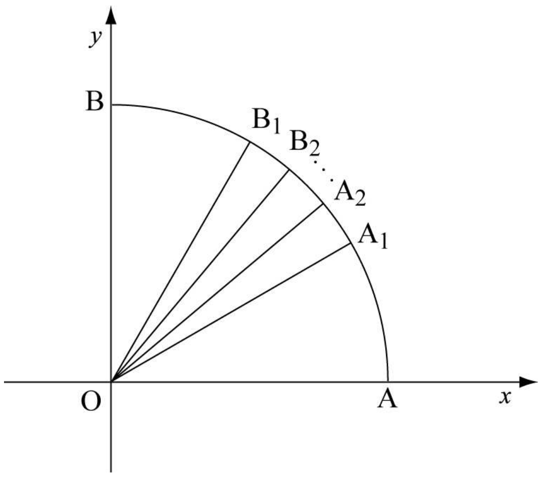
$a_n=1000\times\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ 으로 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 첫째항부터 제 n 항까지의 곱을 $P_n=a_1\times a_2\times a_3\times\cdots\times a_n$ 이라 하자. P_n 의 값이 최대일 때, n 의 값을 구하시오.

[4점] [08년 04월 중앙(동아)]

83.

그림과 같이 사분원 AOB에 대하여 ∠AOB를 삼등분하는 직선이 사분원과 만나는 교점을 각각 A_1, B_1이라 하고, $\angle A_1OB_1$을 삼등분하는 직선이 사분원과 만나는 교점을 각각 A_2, B_2라고 하자. 이와 같은 방법으로 계속할 때, $\angle A_{10}OB$의 크기는?

[4점] [08년 07월 인천]



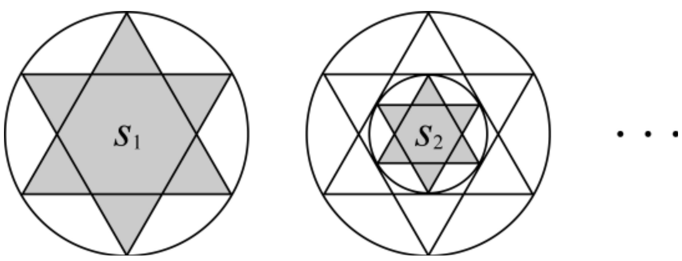
① $\frac{\pi}{4}\left(1-\frac{1}{3^9}\right)$ ② $\frac{\pi}{4}\left(1+\frac{1}{3^9}\right)$ ③ $\frac{\pi}{4}\left(1-\frac{1}{3^{10}}\right)$
④ $\frac{\pi}{4}\left(1+\frac{1}{3^{10}}\right)$ ⑤ $\frac{\pi}{4}\left(1+\frac{1}{3^{11}}\right)$

84.

반지름의 길이가 $2\sqrt{3}$인 원이 있다. 그림과 같이 이 원에 내접하는 두 정삼각형이 겹쳐지는 부분이 정육각형이 되도록 ✡ 모양의 도형 S_1(어두운 부분)을 그린다. 또, S_1의 정육각형에 내접하는 원을 그리고, 이 원에 내접하는 두 정삼각형이 겹쳐지는 부분이 정육각형이 되도록 ✡ 모양의 도형 S_2(어두운 부분)를 그린다.

이와 같은 방법으로 ✡ 모양의 도형 S_3, S_4, ⋯, S_{10}을 그릴 때, 도형 S_{10}의 넓이는?

[4점][08년 03월 서울]



① $\frac{\sqrt{3}}{2^{15}}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{2^{16}}$
③ $\frac{3\sqrt{3}}{2^{15}}$ ④ $\frac{3\sqrt{3}}{2^{16}}$
⑤ $\frac{5\sqrt{3}}{2^{16}}$

85.

등비수열의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S, 곱을 P라 하고 등비수열의 각 항의 역수의 합을 Q라 할 때, $\frac{S}{Q}$를 P의 식으로 나타내는 과정이다. (단, 첫째항은 0이 아니고, 공비는 0 또는 1이 아니다.)

> 첫째항을 a, 공비를 r라 하면
>
> $S=a+ar+ar^2+\cdots+ar^{n-1}=\frac{a(1-r^n)}{1-r}$
>
> $P=a\cdot ar\cdot ar^2\cdot\cdots\cdot ar^{n-1}=\boxed{(가)}$
>
> $Q=\frac{1}{a}+\frac{1}{ar}+\frac{1}{ar^2}+\cdots+\frac{1}{ar^{n-1}}=\boxed{(나)}\cdot\frac{1-r^n}{1-r}$
>
> $\therefore \frac{S}{Q}=\frac{a(1-r^n)}{1-r}\cdot\frac{1}{\boxed{(나)}}\cdot\frac{1-r}{1-r^n}=\boxed{(다)}$

위의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?

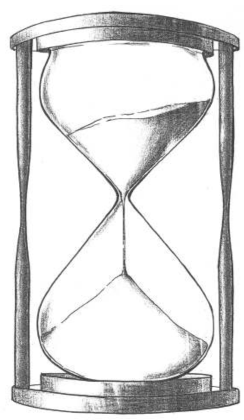
[4점][08년 9월 동아일보(유웨이)]

	(가)	(나)	(다)
①	$a^n r^{\frac{n(n+1)}{2}}$	$\frac{1}{ar^{n-1}}$	$\frac{2}{n}P$
②	$a^n r^{\frac{n(n+1)}{2}}$	$\frac{1}{ar^n}$	$P^{\frac{n}{2}}$
③	$a^n r^{\frac{n(n-1)}{2}}$	$\frac{1}{ar^{n-1}}$	$\frac{1}{n}P^2$
④	$a^n r^{\frac{n(n-1)}{2}}$	$\frac{1}{ar^{n-1}}$	$P^{\frac{2}{n}}$
⑤	$a^n r^{\frac{n(n-1)}{2}}$	$\frac{1}{ar^n}$	$2P^{\frac{1}{n}}$

86.

모래시계 A, B, C에 들어 있는 모래의 양은 각각 3^a, 9^b, 27^c이고 매 초당 모래가 위에서 아래로 일정하게 떨어지는 양은 각각 a, b, c이다. a, b, c는 이 순서대로 등비수열을 이루고, 3^a, 9^b, 27^c도 이 순서대로 등비수열을 이루며, 두 수열의 공비는 같다. 모래시계 A, B, C로 잴 수 있는 시간(초)을 각각 t_A, t_B, t_C라 할 때, $t_A+t_B+t_C$의 값을 구하시오. (단, 모래가 다 떨어진 후 뒤집지 않는다.)

[4점] [08년 07월 인천]



87.

수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라 하면 $S_n = pa_n + 1$이 성립한다. <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, p는 1이 아닌 상수이다.)

[4점][08년 03월 서울]

< 보 기 >

ㄱ. $a_1 = \dfrac{1}{1-p}$

ㄴ. 수열 $\{a_n\}$은 등비수열이다.

ㄷ. $p = \dfrac{2}{3}$이면 수열 $\{a_n\}$은 수렴한다.

① ㄱ ② ㄴ
③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

88.

등비수열 $\{a_n\}$에서 첫째항부터 제 n항까지의 합 S_n을

$S_n = 2^{n+1} - 1\ (n = 1, 2, 3, \cdots)$

이라 하자. $a_1 + a_3 + a_5 + \cdots + a_{19}$의 값은?

[4점][08년 04월 종로]

① $\dfrac{2^{20}}{3}$ ② $\dfrac{2^{21}-1}{3}$ ③ $\dfrac{2^{21}+1}{3}$
④ 2^{20} ⑤ $2^{21}-1$

89.

공차가 0인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots\cdots + a_n$이라 정의할 때, <보기>에서 옳은 것을 고른 것은? (단, k는 0이 아닌 실수이다.)

[4점] [08-8월 중앙일보(종로)]

< 보 기 >

㈀ 수열 $\{a_n + k\}$는 등차수열이다.

㈁ 수열 $\{ka_n\}$은 등차수열이다.

㈂ 수열 $\{S_{2n+1} - 2S_{2n}\}$은 등차수열이다.

① ㈀ ② ㈁ ③ ㈀, ㈁
④ ㈁, ㈂ ⑤ ㈀, ㈁, ㈂

90.

수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합 S_n이

$S_n = 2n^2 - 4n + 1$일 때,

$(a_2 + a_4 + a_6 + \cdots + a_{20}) - (a_1 + a_3 + a_5 + \cdots + a_{19})$

의 값을 구하시오.

[4점][08년 05월 중앙]

2008년도 단원별 모의고사 해설 (수1- 수열)

1) 정답②

수열 $\{a_n\}$의 첫째항을 a, 공차를 d라 하면

$a_2+a_4=2a+4d=14$

$\therefore a+2d=7$

$\therefore a_1+a_3+a_5=a+a+2d+a+4d=3(a+2d)=21$

2) 정답: 40

<풀이>

등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항을 a 공차를 d 라하면 $a_3+a_8=8$ 이므로 $2a+9d=8$ 이다.

$\therefore S_{10}=\dfrac{10(a+a_{10})}{2}$

$=10(2d+9d)voer2=5(2a+9d)=40$

3) 정답 6

수열 $\{a_n\}$의 첫째항을 a_1, 공차를 d라 하면

$a_3+a_5+a_7=(a_5-2d)+a_5+(a_5+2d)=3a_5=12$

$\therefore a_5=a_1+4d=4 \quad \cdots$ ㉠

$a_4+a_6+a_8+a_{10}+a_{12}$

$=(a_8-4d)+(a_8-2d)+a_8+(a_8+2d)+(a_8+4d)$

$=5a_8=50$

$\therefore a_8=a_1+7d=10 \quad \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $a_1=-4,\ d=2$

$\therefore |a_1|+|a_2|+|a_3|=|-4|+|-2|+|0|=6$

4) 정답 ②

등차수열$\{a_n\}$의 공차를 d라고 하면

$a_{10}=a_1+(10-1)d$

$=4+9d=-14$

$d=-2$

$S'_{10}=|a_1|+|a_2|+|a_3|+\cdots+|a_{10}|$

$=4+2+0+2+4+\cdots+14$

$=6+\dfrac{8(0+14)}{2}$

$=62$

5) 정답 47

<풀이>

[출제의도] 등차중항을 이용하여 항의 값 구하기

$a_1+a_3=2a_2,\quad a_4+a_6=2a_5$ 이므로 준식은 $a_2+a_5=17$ 이다.

$2a_1+5d=17$ 에서 공차 $d+3$

$\therefore \quad a_8+a_9=2a_1+15d=2+15\times 3=47$

6) 정답 ①

<풀이>

수열 $\{a_n\}$의 공차를 d라고 하면

$a_1^2+(a_1+2d)^2=a_2^2+(a_2+2d)^2$

$2(a_1-a_2)(a_1+a_2)+4d(a_1-a_2)=0$

$a_1-a_2=-d\ (d\neq 0)$이므로

$2(a_1+a_2)+4d=0$

이 때, $d=a_2-a_1$이므로

$2(a_1+a_2)+4(a_2-a_1)=0$

$\therefore\ 3a_2=a_1$

$a_1\neq 0$이므로 $\dfrac{a_2}{a_1}=\dfrac{1}{3}$

7) 정답: ④

[출제의도] 등차수열의 항 구하기

$a_2=a_1+d=-1$

$a_1+2(a_1+2d)=0,\ 3a_1+4d=0$

$a_1=-4,\ d=3 \qquad \therefore a_{10}=23$

8) 정답 402

$a_n=11+(n-1)(-3)=-3n+14<0$에서

$n\geq 5$일 때, $a_n<0$

또, $a_1=11$, $a_4=2$, $a_5=-1$, $a_{20}=-46$

$\therefore\ |a_1|+|a_2|+|a_3|+\cdots+|a_{20}|$

$=a_1+a_2+a_3+a_4-(a_5+a_6+\cdots+a_{20})$

$=\dfrac{4(a_1+a_4)}{2}-\dfrac{16(a_5+a_{20})}{2}$

$=\dfrac{4\times 13}{2}-\dfrac{16\times(-47)}{2}=402$

9) 정답 4

<풀이>

3의 배수 중

한 자리 수 : 3, 6, 9 (3개)

두 자리 수 : 12, 15, 18, …, 99

$53=3+2\times 25$이므로 a_{53}은 3의 배수 중 28번째 수인 84의 일의 자릿수 4이다.

10) 정답: 326

[등차수열의 성질을 이용하여 첫째항을 구할 수 있다.]

[해설] 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항을 a, 공차를 d라고 하면

$a_{16}+a_{17}+a_{18}+a_{19}+a_{20}$

$=(a+15d)+(a+16d)+\cdots+(a+19d)$

$=\dfrac{5}{2}\{(a+15d)+(a+19d)\}$

$=5(a+17d)=440$

$\therefore\ a+17d=88\ \cdots$ ㉠

$a_{22}+a_{24}+a_{26}$

$=(a+21d)+(a+23d)+(a+25d)$

$=3a+69d=12$

$\therefore\ a+23d=4\ \cdots$ ㉡
㉠, ㉡을 연립하면 $a=326,\ d=-14$
따라서 구하는 첫째항 $a_1=326$

11) 정답 : ⑤
<풀이>
$(a_9+a_{10})\ :\ (a_{10}+a_{11})=2\ :\ 1$이므로
$a_9+a_{10}=2k,\ a_{10}+a_{11}=k$로 놓을 수 있다.
두 식의 변끼리 빼면 $a_{11}-a_9=-k$
그런데 등차수열 $\{a_n\}$의 공차가 -3이므로
$2\times(-3)=-k,\ k=6$
조건에서 $a_9+a_{10}=2k$에서
$\{a_1+8\times(-3)\}+\{a_1+9\times(-3)\}=12$
$\therefore\ a_1=\dfrac{63}{2}$

12) 정답 32
등차수열 $\{a_n\}$의 공차가 2이므로
$a_1+a_5+a_9$
$=a_1+(a_1+4\cdot 2)+(a_1+8\cdot 2)$
$=3a_1+24$
$=45$
따라서 $3a_1=21$에서 $a_1=7$이므로
$a_1+a_{10}=a_1+(a_1+9\cdot 2)$
$=2a_1+18$
$=2\cdot 7+18$
$=32$

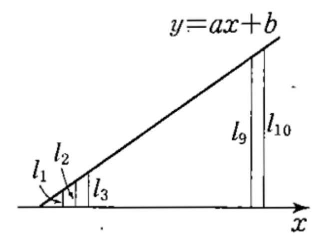
다른 풀이
$\{a_n\}$이 등차수열이므로
$a_1+a_9=2a_5$
$\therefore\ a_1+a_9=\dfrac{2}{3}\times 45=30$
$\therefore\ a_1+a_{10}=a_1+(a_9+2)$
$=(a_1+a_9)+2=32$

13) 정답 ⑤
대각선에 놓여 있는 수들을 나열하면
$1,\ 8,\ 15,a_1,\ a_2,\ a_3,\ \cdots$
따라서 수열 $\{a_n\}$은 첫째항이 22이고, 공차가 7인 등차수열이다.
$\therefore\ \displaystyle\sum_{n=1}^{11}a_n=\frac{11\{2\cdot 2+(11-1)\cdot 7\}}{2}=627$

14) 정답: 55
<풀이>
[출제의도] 등차수열의 합을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.
$\{a_n\},\ \{b_n\}$이 등차수열이므로
$\displaystyle\sum_{k=1}^{10}a_k+\sum_{k=1}^{10}b_k$
$=\dfrac{10(a_1+a_{10})}{2}+\dfrac{10(b_1+b_{10})}{2}$
$=5\{(a_1+b_1)+(a_{10}+b_{10})\}=500$
$\therefore\ a_{10}+b_{10}=55$

15) 정답 140
수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이 등차수열을 이루면 $\{a_n+b_n\}$도 등차수열을 이루므로
$(a_1+b_1)+(a_2+b_2)+(a_3+b_3)+\ldots+(a_{10}+b_{10})$
$=\dfrac{10(3+25)}{2}=140$

16) 정답 ①
$f(x)=(x^2+ax+b)-x^2$
$=ax+b$
라 하면 $a>0$이므로 $y=f(x)$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



10개의 선분의 길이 $l_1,\ l_2,\ l_3,\ \cdots,$ l_{10}은 등차수열을 이루고 $l_1=3,\ l_{10}=9$이므로
$l_1+l_2+\cdots+l_{10}=\dfrac{10(3+9)}{2}=60$

17) 정답 190
$(0,0)$에서 $(0,1)$, $(0,1)$에서 $(0,2)$, $(0,2)$에서 $(0,3)$, $\cdots$, $(0,9)$에서 $(0,10)$에 이르는 거리를 각각 구해보면
$1+\sqrt{2},\ 2+2\sqrt{2}+3+3\sqrt{2},\ 4+4\sqrt{2}+5+5\sqrt{2},\ \cdots$
이므로 구하는 거리는
$1+\sqrt{2}+2+2\sqrt{2}+3+3\sqrt{2}+\cdots$
$+18+18\sqrt{2}+19+19\sqrt{2}$
$=(1+\sqrt{2})(1+2+3+\cdots+19)$
$=190(1+\sqrt{2})$
$\therefore\ k=190$

[다른 풀이]
x축에 평행한 길이가 1인 선분의 개수는
$1+2+3+\cdots+19=\dfrac{19\times 20}{2}=190$
점 P에 이르기까지 길이가 $\sqrt{2}$인 선분의 개수는
$1+2+3+\cdots+19=\dfrac{19\times 20}{2}=190$
따라서, 구하는 거리는 $190(1+\sqrt{2})$
$\therefore\ k=190$

18) 정답 ②
[출제의도] 등차수열의 합 구하기
[해설] 이 사실을 알게 된 날을 첫째 날로 하여 드 므와브르가 깨어 있는 시간을 수열 $\{a_n\}$이라고 하면 a_n은
$a_1=10$(시간)이고 공차가 $-\dfrac{1}{4}$(시간)인 등차수열이다.
24시간 계속 수면하게 되는 날은 깨어 있는 시간이 0시간이므로

$a_n = 10 - \frac{1}{4}(n-1) = 0 \quad \therefore n = 41$

∴ 깨어있는 시간의 합은 $\frac{41(10+0)}{2} = 205$(시간)이다.

19) 정답: ④
[출제의도] 등차수열의 성질을 이해하여 그 합을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.
$a_m + a_n = a_{m+n}$에서
$a + (m-1)d + a + (n-1)d = a + (m+n-1)d$
$a = d,\ a_n = an \quad \therefore \sum_{n=1}^{10} a_n = \sum_{n=1}^{10} an = 55a$

20) 정답 ⑤
<풀이>
첫째항을 a 공차를 d 라 하면
ㄱ. $n=1$일 때, $a_1 = 1 \quad \therefore a = 1$
$n=2$일 때, $a_1 + a_3 = 8 \quad \therefore a + a + 2d = 8$
$\therefore d = 3 \quad \therefore a_{n+1} - a_n = 3$ (참)
ㄴ. $a_{20} = a + 19d = 1 + 19 \times 3 = 58$ (참)
ㄷ. $a_2 + a_4 + \cdots + a_{2n} = \frac{n(2\times 4 + (n-1)\times 6)}{2} = 3n^2 + n$ (참)
따라서, ㄱ, ㄴ, ㄷ 모두 옳다

21) 정답①
<풀이>
등차수열 $\{a_n\}$의 공차를 d라 하면
$B - A = 10 \times 10d = 100d$ ⋯ ㉠
제 21항부터 제 30항까지의 합을 C라고 하면
$C - B = 10 \times 10d = 100d$ ⋯ ㉡
㉠, ㉡에서
$C = B + 100d = B + B - A = 2B - A$
[참고]
A, B, C는 이 순서대로 등차수열을 이루므로
$A + C = 2B \qquad \therefore C = 2B - A$

22) 정답 ③
<풀이>
점 A, B, C, D의 x좌표가 k이므로
$a = 2^k,\ b = 4^k - 2^k,\ c = 8^k - 4^k$
$b,\ a,\ c$가 이 순서로 등차수열을 이루므로
$2 \cdot 2^k = (4^k - 2^k) + (8^k - 4^k)$
$3 \cdot 2^k = 2^{3k}$
양변에 밑이 2인 로그를 취하면
$\log_2 3 + k = 3k$
$2k = \log_2 3$
$\therefore k = \frac{1}{2}\log_2 3$

23) 정답 ②
등차수열의 각 항 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 중에서 a_3은 가운데 항이며 이들의 평균이다.
제5항까지의 합이 30이므로
$a_3 = 30 \div 5 = 6$ ⋯⋯ ㉠
첫째항부터 제5항까지의 합이 최대이므로
$a_5 \geq 0,\ a_6 < 0$ ⋯⋯ ㉡
㉠, ㉡에서
$a_5 = 6 + 2d \geq 0,\ a_6 = 6 + 3d < 0$
$\therefore -3 \leq d < -2$

24) 정답 192
수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a, 공비를 r 이라 하면
$a_2 = ar = 3$ ⋯⋯⋯ ㉠
$a_5 = ar^4 = 24$ ⋯⋯⋯ ㉡
㉡ ÷ ㉠ 을 하면
$r^3 = 8$
$\therefore a_8 = ar^7 = ar^4 \cdot r^3 = 24 \cdot 8$
$= 192$

25) 정답: 112
<풀이>
조건(가)에 의하여 수열 $\{a_n\}$ 이 등비수열이므로 첫째항을 a, 공비를 r 라 하면 조건 (나)에 의하여 $a + ar + ar^2 = 14$ 에서
$a(1 + r + r^2) = 14$ ⋯⋯㉠
조건(다)에 의하여 $\frac{ar^3}{a} + \frac{ar^4}{ar} + \frac{ar^5}{ar^2} = 24$ 에서
$3r^3 = 24$
$r^3 = 8$
$\therefore r = 2$ ⋯㉡
㉠,㉡ 에서 $a = 2,\ r = 2$
$\therefore a_4 + a_5 + a_6 = 16 + 32 + 64 = 112$

26) 정답: ②
등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항을 a, 공비를 r라 하면
$p = a_1 - a_2$
$= a - ar$
$= a(1-r)$
$q = a_3 + a_4 + a_5$
$= ar^2 + ar^3 + ar^4$
$= ar^2(1 + r + r^2)$
$\therefore \frac{pq}{a_1} = \frac{a(1-r)ar^2(1+r+r^2)}{a}$
$= ar^2(1 - r^3)$
$= ar^2 - ar^5$
$= a_3 - a_6$

27) 정답: 48
<풀이>
[출제의도] 등비수열의 일반항과 지수법칙을 활용하여 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.
첫째항을 a, 공비를 r라고 하면

$a_1a_2=6$ 에서 $a^2r=6$ … ㉠
$a_3a_4=12$ 에서 $a^2r^5=12$ … ㉡
㉠, ㉡에서 $r^4=2$
$\therefore\ a_7a_8=ar^6\cdot ar^7=a^2r^{13}=a^2r^5\cdot(r^4)^2$
$=12\times 2^2=48$

28) 정답 96
$a_n=a_1r^{n-1}$ 이므로
$a_1\cdot a_3=36,\ {a_1}^2\cdot r^2=36$ ……㉠
$\dfrac{a_5}{a_2}=8,\ r^3=8$ ……㉡
㉠, ㉡에서 $a_1=3$ ($\because\ a_n>0$), $r=2$
$\therefore\ a_6=a_1r^5=96$

29) 정답 ②
첫째항을 a, 공비를 r라 하면
$a_2+a_4=ar(1+r^2)=14$ …… ㉠
$a_3+a_5=ar^2(1+r^2)=42$ …… ㉡
㉡÷㉠에서
$r=3,\ a=\dfrac{7}{15}$ $\therefore\ ar=\dfrac{7}{5}$

30) 정답 ⑤
$a^2=(\sec x-\tan x)(\sec x+\tan x)$
$=\sec^2 x-\tan^2 x=1$ $\therefore\ a=1\ (\because\ a>0)$
따라서 공비는 $\sec x+\tan x$ 이다.

31) 정답: 32
<풀이>
[출제의도] 등비수열의 공비구하기
$c_n=(3p^{n-1})\cdot(-3q^{n-1})=-9(pq)^{n-1}$ 이므로
$\{c_n\}$은 첫째항이 -9 이고 공비가 pq 인 등비수열이다.
$c_5=4\sqrt{2}\,c_3$ 이므로 $-9)pq)^4=4\sqrt{2}\,(-9)\,(pq)^2$ 이다.
$(pq)^2=4\sqrt{2}$ $\therefore\ (pq)^4=(4\sqrt{2}\,)^2=32$

32) 정답 32
수열 $\{a_n\}$이 등비수열이므로 첫째항을 a_1, 공비를 r이라 하면
$a_n=a_1r^{n-1}$이 때, $a_1\cdot a_{10}=a_2\cdot a_9=\cdots=a_4\cdot a_7=a_5\cdot a_6={a_1}^2\cdot r^9=2$
∴ (준식)$=2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2=32$

33) 정답 ②
$a_n=a_1\cdot 2^{n-1},\ a_{n+1}=a_1\cdot 2^n$
$3a_{n+1}-a_n=3a_1\cdot 2^n-a_1\cdot 2^{n-1}$
$=2^{n-1}\cdot a_1(6-1)$
$=5a_1\cdot 2^{n-1}$
∴ 공비는 2

34) 정답 27
등비수열 $\{a_n\}$의 공비를 r라 하면
$a_1\times a_5\times a_9=3$에서 $a_1^3r^{13}=3$
$\therefore\ a_1\times a_2\times a_3\times\cdots\times a_9={a_1}^9r^{1+2+\cdots+8}={a_1}^9r^{36}$
$=({a_1}^3r^{12})^3=3^3=27$

35) 정답 512
<풀이>
$a_{n+1}=\dfrac{1}{2}a_n$이므로 수열 $\{a_n\}$은 공비가 $\dfrac{1}{2}$인 등비수열이다.
따라서 $a_1=2^3a_4$, $a_6=\dfrac{1}{2^2}a_4$이므로
$a_1\times a_6=2{a_4}^2=2\times16^2=512$

36) 정답 ①
$\log_2 a_n=\log_2 4^{1-n}=2-2n$
(가)에서 $d=\log_2 a_{n+1}-\log_2 a_n=2-2(n+1)-(2-2n)=-2$
이므로 $\{\log_2 a_n\}$은 공차가 -2인 등차수열이다.
$a_n\cdot a_{n+1}=4^{1-n}\cdot 4^{1-(n+1)}=4^{1-2n}$
(나)에서 $r=\dfrac{a_{n+1}\cdot a_{n+2}}{a_n\cdot a_{n+1}}=\dfrac{4^{1-2(n+1)}}{4^{1-2n}}=4^{-2}=\dfrac{1}{16}$
이므로 $\{a_n\cdot a_{n+1}\}$은 공비가 $\dfrac{1}{16}$인 등비수열이다.
$\therefore\ \dfrac{d}{r}=\dfrac{-2}{\frac{1}{16}}=-32$

37) 정답 ⑤
등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항을 a, 공비를 r라 하면
$p=a-ar=a(1-r)$
$q=ar^2+ar^3+ar^4=ar^2(1+r+r^2)$
$\therefore\ \dfrac{pq}{a_1}=\dfrac{a(1-r)\cdot ar^2(1+r+r^2)}{a}$
$=ar^2(1-r^3)=ar^2-ar^5=a_3-a_6$

38) 정답 : ②
공비를 r이라 하면 $a_5+a_7=r(a_4+a_6)=42r=84$ $\therefore r=2$

39) 정답 162
<풀이>
$\log_3 a_1+\log_3 a_2+\log_3 a_3+\log_3 a_4=8$
$\log_3 a_1a_2a_3a_4=8$ $\therefore a_1a_2a_3a_4=3^8$
등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a 공비를 r이라 하면
$a_1a_4=a\cdot ar^3=a^2r^3,\ a_2a_3=ar\cdot ar^2=a^2r^3$
따라서 , $a_1a_4=a_2a_3$ 이므로 $a_1a_4=a_2a_3=3^4\ (a_n>0)$
$a_1a_4+a_2a_3=2\times3^4=162$

40) 정답 128

등비수열 $\{a_n\}$의 공비를 r라 하면

$a_2+a_4=r(a_1+a_3)=r\cdot5=10\ \therefore r=2$

$a_1+a_3=a_1(1+r^2)=5a_1=5$에서 $a_1=1$

$\therefore\ a_n=1\cdot2^{n-1}$ $\therefore a_8=2^{8-1}=2^7=128$

41) 정답 64

등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항과 공비를 각각 a, r라 하면

$\log_2a_1+\log_2a_3=\log_2a_1a_3=6$에서

$a_1a_3=2^6$이므로

$a\times ar^2=a^2r^2=2^6$ ………… ㉠

또, $\log_2a_2+\log_2a_4=\log_2a_2a_4=8$에서

$a_2a_4=2^8$이므로

$ar\times ar^3=a^2r^4=2^8$ ………… ㉡

㉠,㉡을 연립하여 풀면 $a=4$, $r=2$

$\therefore\ a_5=ar^4=4\times2^4=64$

42) 정답 ③

등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항을 a, 공비를 r라 하면

$a_2=ar=6$ …… ㉠, $a_5=ar^4=48$ …… ㉡

㉡÷㉠을 하면 $r^3=8$ $\therefore\ r=2$

$2a=6$ $\therefore\ a=3$

따라서, 첫째항부터 제 10항까지의 합은

$\dfrac{3(2^{10}-1)}{2-1}=3(2^{10}-1)$

43) 정답:②

<풀이>

[출제의도] 등비수열의 합을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

등비수열의 첫째항을 a, 공비를 r라 하면

$a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=a+ar+ar^2+ar^3+ar^4$

$=a(1+r+r^2+r^3+r^4)=\dfrac{31}{2}$

$a_1a_2a_3a_4a_5=a\cdot ar\cdot ar^2\cdot ar^3\cdot ar^4=a^5r^{10}=32$

$\therefore\ ar^2=2$

$\dfrac{1}{a_1}+\dfrac{1}{a_2}+\dfrac{1}{a_3}+\dfrac{1}{a_4}+\dfrac{1}{a_5}$

$=\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{ar}+\dfrac{1}{ar^2}+\dfrac{1}{ar^3}+\dfrac{1}{ar^4}$

$=\dfrac{1}{ar^4}(1+r+r^2+r^3+r^4)$

$=\dfrac{a}{(ar^2)^2}(1+r+r^2+r^3+r^4)=\dfrac{31}{8}$

44) 정답 98

$a_n=23\times\dfrac{1}{100}+23\times\left(\dfrac{1}{100}\right)^2+23\times\left(\dfrac{1}{100}\right)^3+\cdots+23\times\left(\dfrac{1}{100}\right)^n$

$=\dfrac{\dfrac{23}{100}\left(1-\left(\dfrac{1}{100}\right)^n\right)}{1-\dfrac{1}{100}}=\dfrac{23}{99}(1-10^{-2n})$

$\therefore\ a=99,\ b=1,\ c=-2\ \ \therefore\ a+b+c=98$

45) 정답: ①

[등비수열의 일반항과 합을 이해하는가?]

[해설] 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항을 a, 공비를 r라 하면

$a_1+a_2+a_3=a+ar+ar^2$

$\therefore\ a(1+r+r^2)=4$ …… ㉠

$a_1a_2+a_2a_3+a_3a_1=a^2r+a^2r^3+a^2r^2$

$\therefore\ a^2r(1+r+r^2)=-16$ …… ㉡

㉡÷㉠ 하면

$ar=-4$

이를 ㉠에 대입하면

$-\dfrac{4}{r}(1+r+r^2)=4\quad 1+r+r^2=-r$

$\therefore\ r=-1,\ a=4$

$\therefore\ a_n=4(-1)^{n-1}$

따라서, $\displaystyle\sum_{n=1}^{2009}a_n=4-4+4-4+4-\cdots+4$

$=(4-4)\times1004+4=4$

46) 정답 ③

조건 (가)에서 $a_2=\dfrac{1}{2}a_1$이므로 공비는 $\dfrac{1}{2}$이다.

조건 (나)에서

$a_1+a_2+a_3=a_1+\dfrac{1}{2}a_1+\dfrac{1}{4}a_1=\dfrac{7}{4}a_1=7$

이므로 $a_1=4$이다.

$\dfrac{1}{a_1}+\dfrac{1}{a_2}+\dfrac{1}{a_3}+\cdots+\dfrac{1}{a_n}=\dfrac{63}{4}$에서

수열$\left\{\dfrac{1}{a_n}\right\}$은 첫째항이 $\dfrac{1}{4}$, 공비가 2인 등비 수열이므로

$\dfrac{\frac{1}{4}(2^n-1)}{2-1}=\dfrac{63}{4}$ $\therefore\ n=6$

$a_1+a_2+\cdots+a_6=\dfrac{4\left\{1-\left(\frac{1}{2}\right)^6\right\}}{1-\frac{1}{2}}=8\times\dfrac{63}{64}=\dfrac{63}{8}$

47) 정답②

수열 $\{a_n\}$이 등차수열이므로 임의의 자연수 k에 대하여 연속한 세 항 a_k, a_{k+1}, a_{k+2}에 대하여 $a_{k+1}=\dfrac{a_k+a_{k+2}}{2}$가 성립한다.

즉, $a_k-2a_{k+1}+a_{k+2}=0$이 성립하므로 방정식

$a_kx^2+2a_{k+1}x+a_{k+2}=0$은 항상 $x=-1$을 근으로 갖는다.

따라서, 임의의 자연수 k에 대하여 집합 A_k는 항상 -1을 원소로 갖는다.

48)

[해설] $\frac{\sqrt{3}}{4}$이 등차중항이므로 $\frac{\sin\theta+\cos\theta}{2}=\frac{\sqrt{3}}{4}$ 따라서

$\sin\theta\cdot\cos\theta=\frac{1}{8}$

(준식) $=3\left|\frac{\sin^2\theta+\cos^2\theta}{\sin\theta\cos\theta}\right|=3\times8=24$

49) 정답 24

$\frac{\sqrt{3}}{4}$이등차중항이므로 $\frac{\sin\theta+\cos\theta}{2}=\frac{\sqrt{3}}{4}$

따라서 $\sin\theta\cdot\cos\theta=\frac{1}{8}$

(준식) $=3\left|\frac{\sin^2\theta+\cos^2\theta}{\sin\theta\cos\theta}\right|=3\times8=24$

50) 정답 ②

$2x=-\sec^2\theta+\tan^2\theta=-\frac{1}{\cos^2\theta}+\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}$

$=\frac{-(1-\sin^2\theta)}{\cos^2\theta}=\frac{-\cos^2\theta}{\cos^2\theta}=-1$

$\therefore\ x=-\frac{1}{2}$

51) 정답 256

$2\log_9 8=\log_3 2+\log_{81}x$

$\log_9 8^2=\log_{81}16+\log_{81}x$, $\log_9 64=\log_{81}16x$

$\log_{81}64^2=\log_{81}16x$, $16x=64^2$

$\therefore\ x=256$

52) 정답: 17

[출제의도] 등차중항의 성질을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

$20=1-a+2+2a$

$\therefore a=17$

53) ④

$x^3+ax^2-16x+64=0$의 세 실근 α,β,γ이므로,

$\alpha+\beta+\gamma=-a$ ⋯ ㉠

$\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=-16$ ⋯ ㉡

$\alpha\beta\gamma=-64$ ⋯ ㉢

이 때, α,β,γ는 이 순서로 등비수열을 이루므로,

$\beta^2=\alpha\gamma$ ⋯ ㉣

㉠, ㉡, ㉢, ㉣에 의하여 $\beta^3=-64$

$\therefore \beta=-4$

$\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=\beta(\alpha+\gamma)+\beta^2$

$=-4(\alpha+\gamma)+16$

$=-16$

54) 정답 ③

<풀이>

다항식 $f(x)=x^2+3x+a$를 $x+1$, x, $x-1$로 나누었을 때의 나머지는 각각

$f(-1)=R_1=a-2$, $f(0)=R_2=a$, $f(1)=R_3=a+4$

이고. 이 순서대로 등비수열을 이루므로

$a^2=(a-2)(a+4)$

$a^2=a^2+2a-8$, $2a=8$

$\therefore\ a=4$

55) 정답:②

[출제의도] 순환소수와 등비중항을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

$\left(\frac{a}{90}\right)^2=\frac{1}{9}\times\frac{9}{900}$

$a^2=9$

$\therefore a=3$

56) 정답 ⑤

$a=r$, $b=r^2$, $c=r^3$이므로

$\log_8 c=\log_{2^3}r^3=\log_2 r$

$\log_a b=\log_r r^2=2$

따라서, $\log_8 c=\log_a b$에서

$\log_2 r=2$

$\therefore\ r=2^2=4$

57) 정답 ②

<풀이>

두 개의 양의 실수를 x, y라 하면

3, x, y가 등비수열을 이루므로

$x^2=3y$ ⋯⋯ ㉠

x, y, 9가 등차수열을 이루므로

$2y=x+9$ ⋯⋯ ㉡

㉠,㉡을 연립하여 풀면

$x=\frac{9}{2}$ 또는 $x=-3$

$x>0$이므로 $x=\frac{9}{2}$이고, 이 때 $y=\frac{27}{4}$이다.

$\therefore\ x+y=\frac{45}{4}$

58) 정답 ④

<풀이>

ⅰ) 4, x, y가 등차수열을 이루므로

$2x=4+y$ ⋯⋯⋯⋯⋯⋯ ㉠

ⅱ) $2x$, $\frac{y}{2}$, $\frac{1}{2}$이 등비수열을 이루므로

$\frac{y^2}{4}=2x\cdot\frac{1}{2}$ ⋯⋯⋯⋯⋯⋯ ㉡

㉠, ㉡에서 $\frac{y^2}{4}=\frac{4+y}{2}$

$y^2-2y-8=0$, $(y-4)(y+2)=0$

$\therefore\ y=-2$ 또는 $y=4$

따라서 ㉠에서 $\begin{cases}x=1\\y=-2\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=4\\y=4\end{cases}$

그런데 x, y는 서로 다른 수이므로 $\begin{cases}x=1\\y=-2\end{cases}$

$\therefore\ x^2+y^2=5$

59)정답 210

$a_n=S_n-S_{n-1}$

$=n^2+2n-\{(n-1)^2+2(n-1)\}$

$=2n+1$(단, $n\geq2$)

이 때, $a_1 = S_1 = 1^2 + 2\times 1 = 3$ 이므로

$a_n = 2n+1\ (n \geqq 1)$

따라서, $a_{2n-1} = 2(2n-1)+1 = 4n-1$

$\therefore a_1 + a_3 + a_5 + \cdots + a_{19}$

$= \sum_{k=1}^{10} a_{2k-1} = \sum_{k=1}^{10}(4k-1) = 4\cdot\dfrac{10\cdot 11}{2} - 10 = 210$

60) 정답 : $2n+1$

$a_n = S_n - S_{n-1}$이므로 $a_{10} = S_{10} - S_9 = (10^2+20) - (9^2-18) = 21$

[참고] $a_n = S_n - S_{n-1} = (n^2+2n) - \{(n-1)^2 + 2(n-1)\}$

$= 2n+1 (n \geqq 2)$

$a_1 = S_1 = 3$ $\therefore a_n = 2n+1$

61) 정답: ⑤

<풀이>

[출제의도] 부분합으로 표시된 수열의 일반항 구하기

$a_n = S_n - S_{n-1}\ (\ n \geqq 2\ )$

$a_1 = S_1 = 4$ 이므로

$a_n = (\ 2\cdot 3^n - 2\ ) - (2\cdot 3^n - 2\ ) = 4\cdot 3^{n-1}$

ㄱ. $a_3 = 36$

ㄴ. $\{\ a_n\}$은 첫째항이 4, 공비가 3 인 등비수열이다.

ㄷ. $\{\ \log_{10} a_n\ \}$ 은 첫째항이 $\{\ \log_{10} 4\ \}$, 공차가 $\{\ \log_{10} 3\ \}$ 인 등차수열이다.

62) 정답 ②

등비수열 $\{a_n\}$의 공비를 r라 하면

$8r^3 = 1$ $r^3 = \dfrac{1}{8}$ $\therefore r = \dfrac{1}{2}$

$$\therefore \frac{a_{2010-}a_{2009}}{S_{2010}-S_{2008}} = \frac{a_{2010}-a_{2009}}{a_{2010}+a_{2009}} = \frac{\dfrac{a_{2010}}{a_{2009}}-1}{\dfrac{a_{2010}}{a_{2009}}+1} = \frac{r-1}{r+1}$$

$$= \frac{\dfrac{1}{2}-1}{\dfrac{1}{2}+1} = \frac{-\dfrac{1}{2}}{\dfrac{3}{2}} = -\frac{1}{3}$$

63) 정답 256

$a_9 = S_9 - S_8 = (2^9-1) - (2^8-1) = 256$

64) 정답 48

$a_1 = P_1$이고 $a_n = \dfrac{P_n}{P_{n-1}}\ (n \geqq 2)$이므로 $a_n = 3\cdot 2^{n-1}$

$\therefore a_5 = 3\cdot 2^4 = 48$

65) 정답: 634

삼각형의 세 변의 길이를 $a-d$, a, $a+d$ (a, d는 양의 정수)라 하면

$a-d > 0 \cdots\cdots$㉠, $a+(a-d) > a+d \cdots\cdots$㉡

둔각삼각형이므로

$(a+d)^2 > a^2 + (a-d)^2 \cdots\cdots\cdots$㉢

㉠, ㉡, ㉢에서 $2d < a < 4d$

(i) $1 \leqq d \leqq 20$ 에서 $d = k$ 일 때, $2k < d < 4k$

따라서 정수 a의 개수는 $2k-1$1이다.

$\therefore \sum_{k=1}^{20}(2k-1) = 1+3+5+\cdots+39$

$= \dfrac{20(1+39)}{2} = 400$

(ii) $21 \leqq d \leqq 32$ 에서 $d = k$일때, $2k < a < 100-k$

따라서 정수 a 의 개수수는 $99-3k$ 이다.

$\therefore \sum_{k=21}^{32}(99-3k) = 36+33+30+\cdots+3 = \dfrac{12(36+3)}{2} = 234$

(i),(ii) 에서 $x = 400+234 = 634$

66)정답 ②

각 항이 정수인 등차수열에서 연속한 네 항을 $a-3d$, $a-d$, $a+d$, $a+3d$ 로 놓으면 연속한 네 항의 곱과 공차의 네제곱의 합은 다음과 같다.

$(a-3d)(a-d)(a+d)(a+3d) + (2d)^4$

$= a^4 - 10a^2d^2 + 25d^4 = (a^2 - \boxed{5d^2})^2$

한편, $a-d$, $a+d$가 정수이므로

$a-d+a+d = 2a$, $a+d-(a-d) = 2d$에서 $2a$, $2d$도 정수이다.

$a^2 - 5d^2 = a^2 - 9d^2 + 4d^2 = (a-3d)(a+3d) + \boxed{(2d)^2}$

이 때, $a-3d$, $a+3d$와 $(2d)^2$이 정수이므로 a^2-5d^2도 정수이다.

67) 정답: 521

<풀이>

$a_{11} = a$, 첫째항의 수열의 공차를 d라 하고 각 열의 수열의 공비를 r라 하면 둘째행의 수열의 공차는 dr이고 넷째행의 수열의 공차는 dr^3이다.

주어진 행렬은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{pmatrix} a & a+d & a+2d & a+3d & \cdots \\ ar & ar+dr & ar+2dr & ar+3dr & \cdots \\ ar^2 & ar^2+dr^2 & ar^2+2dr^2 & ar^2+3dr^2 & \cdots \\ ar^3 & ar^3+dr^3 & ar^3+2dr^3 & ar^3+3dr^3 & \cdots \\ & & \vdots & & \end{pmatrix}$$

$a_{24} = (a+3d)r = 1$

$a_{42} = (a+d)r^3 = \dfrac{1}{8}$

$a_{45} = a_{42} + dr^3 = \dfrac{1}{8} + dr^3 = \dfrac{3}{16}$

연립방정식을 풀면

$a = d = r = \dfrac{1}{2}$ ($\because\ d > 0$)

$\therefore\ a_{99} = (a+8d)r^8 = \dfrac{9}{2}\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)^8 = \dfrac{9}{2^9} = \dfrac{9}{512}$

$\therefore\ p+q = 512+9 = 521$

68) 정답 27

<풀이>

제 1 열의 공차를 d 라 하면

$A=\frac{1}{2}(10-d+20)=15-\frac{1}{2}d$

또 $3(19-A)=19-2d$

$3\left(19-15+\frac{1}{2}d\right)$

$=19-2d$

$\frac{7}{2}d=7$

$d=2$

따라서 제 4 행은

6, 13,. 20, 27

$\therefore\ x=27$

	제 1 열	제 2 열	제 3 열	제 4 열
제1 행	0			
제2 행	d	5	$10-d$	
제3 행	$2d$		A	19
제4 행	$3d$		20	x

69) 정답 ③

<풀이>

ㄱ. $a_5=11=1011_{(2)}$

$\therefore\ \ b_5=4$ (참)

ㄴ. 수열 $\{a_n\}$은 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, $\cdots$이고

$2^{m-1}\leqq a_n<2^m$인 a_n을 이진법으로 나타내었을 때의 자릿수는 m이므로 수열 $\{b_n\}$은

$2,\ 3,\ 3,\ 4,\ 4,\ 4,\ 4,\ \underbrace{5,\ 5,\ \cdots,\ 5}_{8개},\ 6,\ \cdots$

$b_{16}=6$, $b_8=5$이므로 $b_{16}=b_8+1$ (참)

ㄷ. $b_n=k\ (k\geqq 2)$인 항의 개수는 2^{k-2}(개)이므로

수열 $\{b_n\}$에서 $b_n\leqq 10$인 항의 개수는

$1+2+2^2+2^3+\cdots+2^8=\frac{2^9-1}{2-1}=511$ (거짓)

70) 정답 ②

$\triangle ABC$의 세 변의 길이를 $a-d,\ a,\ a+d\ (d>0)$라 하면

$\angle A=90^\circ$ 이므로

$(a+d)^2=a^2+(a-d)^2$

$\therefore\ a=4d$

이 때, 세 변의 길이는 $3d,\ 4d,\ 5d$이므로 사인법칙에 의해

$\frac{\overline{BC}}{\sin A}=2R,\ \ \frac{5d}{\sin 90^\circ}=2R$

$\therefore\ d=\frac{2}{5}R$

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\cdot 4d\cdot 3d=6d^2$ ……………… ㉠

$\triangle ABC=\frac{1}{2}(3d+4d+5d)\cdot r=6dr$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $d=r$

$\therefore\ p=\frac{2}{5},\ q=1$

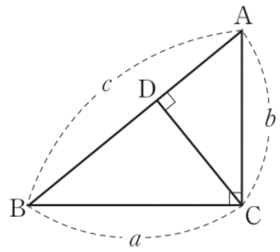
$\therefore\ p+q=\frac{7}{5}$

71) 정답 ⑤

$\overline{BC}=a$, $\overline{AC}=b$, $\overline{AB}=c$라 하면

$\angle ACD=\angle B$, $\angle BCD=\angle A$이므로

$\triangle ADC,\ \triangle CDB,\ \triangle ACB$는 서로 닮음이고 닮음비는 $b:\ a:\ c$ 이다. 즉 넓이의 비는 $b^2:\ a^2:\ c^2$이다.



이 때, 넓이가 이 순서대로 등차수열을 이루므로

$2a^2=b^2+c^2$ … ㉠

또한, 피타고라스의 정리에서 $a^2+b^2=c^2$ 이므로 ㉠에서

$2a^2=b^2+(a^2+b^2),\ a^2=2b^2$

$\therefore a=\sqrt{2}\,b$ … ㉡

㉡을 ㉠에 대입하면

$4b^2=b^2+c^2,\ c^2=3b^2$

$\therefore c=\sqrt{3}\,b$

$\therefore\ \cos B=\frac{a}{c}=\frac{\sqrt{2}\,b}{\sqrt{3}\,b}=\frac{\sqrt{6}}{3}$

72) 정답 192

[출제의도] 등차수열을 이용한 행렬의 성분 구하기

[해설] 행렬 A_n의 (1, 1)성분을 a_n이라고 하면

$a_1=1,\ a_2=3,\ a_3=8,\ a_4=13,\ a_5=18,\ \cdots$

$a_n=5n-7\ (n\geqq 2)$

$A_n=\begin{pmatrix}5n-7 & 5n-3\\ 5n-1 & 5n+3\end{pmatrix}(n\geqq 2)$이므로

$A_{10}=\begin{pmatrix}43 & 47\\ 49 & 53\end{pmatrix}$ $\therefore$ 각 성분의 합은 192

73) 정답 323

<풀이>

$b_n=a_{n+1}-a_n$이라 하면

$-b_n=a_n-a_{n+1}$

$=1+(n-1)\cdot(-2)$

$=-2n+3$ $\therefore$ $b_n=2n-3$

$a_{20}=a_1+\sum_{k=1}^{19}(2k-3)$

$=a_1+2\cdot\frac{19\cdot 20}{2}-3\cdot 19$

$=a_1+323$

$\therefore\ \ a_{20}-a_1=323$

[다른 풀이]

$(a_1-a_2)+(a_2-a_3)+(a_3-a_4)+\cdots+(a_{19}-a_{20})$

$=\frac{19\{2\times 1+(19-1)(-2)\}}{2}=-323$

$\therefore\ \ a_1-a_{20}=-323$

$\therefore\ \ a_{20}-a_1=323$

74) 정답:60

<풀이>

[출제의도] 등차수열의 일반항과 합을 이용하여 도형 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

5개의 부채꼴의 넓이를 작은 것부터 차례로

$a-2d,\ a-d,\ a,\ a+d,\ a+2d\ (d>0)$라 하면

5개의 부채꼴의 넓이의 합은 원의 넓이이므로

$5a=15^2\pi$ $\therefore\ a=45\pi$

또, 주어진 조건으로부터

$(a+2d)=2(a-2d)$ 에서 $d=\frac{a}{6}=\frac{15\pi}{2}$

따라서 가장 큰 부채꼴의 넓이는

$a+2d=45\pi+2\cdot\dfrac{15}{2}\pi=60\pi \quad \therefore\ k=60$

75) 정답 ③

ㄱ. $a_n=n$이면 $S_n=\dfrac{n(n+1)}{2}$

$T_n=\dfrac{n^2(n^2-1)}{S_n}=2n(n-1)=2n^2-2n$

$b_n=T_n-T_{n-1}$

$=2n^2-2n-\{2(n-1)^2+2(n-1)\}$

$=4n-4 \qquad \therefore$ 참

ㄴ. 수열 a_n의 첫째항을 a_1, 수열 b_n의 첫째항을 b_1라 하면

$S_n=\dfrac{n\{2a_1+(n-1)d_1\}}{2}$,

$T_n=\dfrac{n\{2b_1+(n-1)d_2\}}{2}$

$S_nT_n=n^2(n^2-1)$에서 n^4의 계수를 비교하면

$\dfrac{d_1}{2}\times\dfrac{d_2}{2}=1 \quad \therefore\ d_1d_2=4 \qquad \therefore$ 참

ㄷ. $a_n=2n$이면 $a_1=2\neq 0$이다.

$S_n=n(n+1)$이므로 $T_n=n(n-1)=n^2-n$

$b_n=T_n-T_{n-1}=2n-2$가 돼서 b_n이 존재한다.

즉, $a_n\neq n$이면서 $a_1\neq 0$이고 주어진 조건을 만족하는 a_n이 존재한다. $\qquad \therefore$ 거짓

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ 이다.

76) 정답: 100

[등차수열의 일반항과 합을 이해하는가?]

[해설] 공차를 $d\,(d<0)$라 하면

$\displaystyle\sum_{k=1}^{200}a_k=0 \Leftrightarrow \frac{200(2a_1+199d)}{2}=0$

$\therefore 2a_1+199d=0$이므로 $a_1+\dfrac{199}{2}d=0$

$d<0$이므로 $a_{100}=a_1+99d>0$, $a_{101}=a_1+100d<0$

따라서 $n\leq 100$이면 $a_n>0$, $n\geq 101$이면 $a_n<0$ 이므로

$S_1<S_2<S_3<\cdots<S_{100}>S_{101}>S_{102}\ \cdots$

$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}a_k$의 값이 최대일 때, n의 값은 100이다.

77) 정답 ②

절대등급이 2이고 실시등급이 n인 별의 밝기를 b_n이라 하면 수열 $\{b_n\}$은 등비수열이므로 $b_n=b_1r^{n-1}$으로 나타낼 수 있다.

그런데 6등성인 별의 밝기는 1등성인 별의 밝기의 $\dfrac{1}{100}$이므로

$b_6=b_1r^5=\dfrac{1}{100}b_1$

$r^5=\dfrac{1}{100} \quad \therefore\ r=10^{-\frac{2}{5}}=\dfrac{2}{5}$

$\therefore\ b_n=b_1\left(\dfrac{2}{5}\right)^{n-1}$

별의 밝기는 거리의 제곱에 반비례하므로

$\dfrac{1}{{a_3}^2}:\dfrac{1}{{a_5}^2}=b_3:b_5=\left(\dfrac{2}{5}\right)^2:\left(\dfrac{2}{5}\right)^4=1:\left(\dfrac{2}{5}\right)^2$

$\therefore\ a_3:a_5=1:\dfrac{5}{2}=2:5$

78) 정답: ③

<풀이>

원산지의 참외 가격은 중간상인을 한 번 거칠 때마다 일정한 비율로 오르므로 처음 가격을 a, 중간상인을 거칠 때마다 r배가 된다고 하자. 중간상인을 5번 거친 후 원산지 가격의 5배가 되었으므로

$ar^5=5a$

$r^5=5$

$r^2=(r^5)^{\frac{2}{5}}=5^{\frac{2}{5}}=(\sqrt[5]{5}\,)^2$

$\therefore\ r^2=1.38^2=1.9044$

따라서 소비자에게 판매되는 가격은 원산지 가격의 약 1.9배이다.

79) 정답: 15

<풀이>

2008년을 기점으로 t년 후 A 회사 메모리 제품의 용량을 $f(t)$라 하면

$f(t)=128\times 2^t\ (\mathrm{Gb})$

B 회사 메모리 제품의 용량을 $g(t)$라 하면

$g(t)=4\cdot r^t$

$\dfrac{3}{4}$년마다 2배씩 되므로 $r^{\frac{3}{4}}=2$에서 $r=2^{\frac{4}{3}}$

$\therefore\ g(t)=4\cdot 2^{\frac{4}{3}t}\ (\mathrm{Gb})$

이 때, $f(t)=g(t)$인 t의 값을 구하면

$128\cdot 2^t=4\cdot 2^{\frac{4}{3}t}$

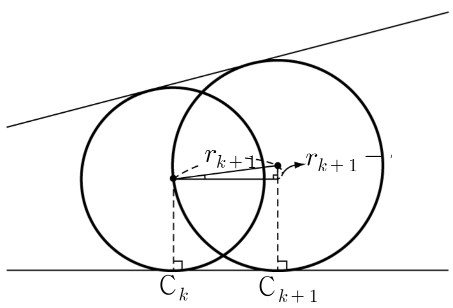
$t+7=\dfrac{4}{3}t+2$

$\therefore\ t=15$

80) 정답 512

[출제의도] 등비수열의 항의 값 구하기

[해설] 원 C_k의 반지름을 r_k, 넓이를 S_k, 원 C_{k+1}의 반지름을 r_{k+1}, 넓이를 S_{k+1}이라 하면,



$\dfrac{r_{k+1}-r_k}{r_{k+1}}=p$(상수), $r_{k+1}=\dfrac{1}{1-p}r_k$

수열 $\{r_k\}$가 등비수열이므로 수열 $\{S_k\}$도 등비수열이고, $\{S_k\}$의

공비를 a라 하면

$S_1 = 1$, $S_5 = a^4 = 4$이므로 $a^2 = 2$

$\therefore S_{19} = a^{18} = 2^9 = 512$

81) 정답 ③

조리개를 통해 들어오는 빛의 밝기는 조리개의 넓이에 비례하므로 조리개의 지름의 길이의 제곱에 비례한다. 따라서 f넘버가 f_n일 때의 조리개의 지름의 길이는 f_{n+1}일 때의 조리개의 지름의 길이의 $\sqrt{2}$배이므로 f넘버의 정의

$\dfrac{(\text{렌즈의 초점거리})}{(\text{열린 조리개의 지름의 길이})}$에 의하여 $\dfrac{f_n}{f_{n+1}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ 따라서,

$f_{n+1} = \sqrt{2} f_n$이므로 수열 $\{f_n\}$은 공비가 $\sqrt{2}$인 등비수열이다.

$\therefore f_6 = f_2 \times (\sqrt{2})^4 = 2 \times 4 = 8$

82) 정답 10

$a_n > 0$ 이고 $a_n \neq 1$ 이므로 $a_{n+1} > 1$ 이면 $P_n \times a_{n+1} > P_n$,

즉 $P_{n+1} > P_n$

$a_{n+1} < 1$ 이면 $P_n \times a_{n+1} < P_n$, 즉 $P_{n+1} < P_n$

따라서, $a_n > 1$ 인 마지막 항까지의 곱이 P_n 의 최댓값이다.

$a_n = 1000 \times \left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1} > 1$, $2^{n-1} < 1000$

$2^9 = 512$, $2^{10=1024}$ 이므로 $n-1 = 9$ $\quad\therefore n = 10$

83) 정답: ④

[출제의도] 등비수열의 합 구하기

$\angle A_{10}OB = \dfrac{\pi}{2} - \angle A_{10}OA$

$\angle A_{10}OA$

$= \dfrac{\pi}{6} + \dfrac{\pi}{6} \times \dfrac{1}{3} + \dfrac{\pi}{6} \times \left(\dfrac{1}{3}\right)^2 + \cdots + \dfrac{\pi}{6} \times \left(\dfrac{1}{3}\right)^9$

$= \dfrac{\pi}{4}\left(1 - \dfrac{1}{3^{10}}\right)$

$\therefore \angle A_{10}OB = \dfrac{\pi}{2} - \dfrac{\pi}{4}\left(1 - \dfrac{1}{3^{10}}\right) = \dfrac{\pi}{4}\left(1 + \dfrac{1}{3^{10}}\right)$

84) 정답:④

<풀이>

[출제의도] 등비수열의 일반항을 이용하여 도형 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

도형 S_1의 넓이는 12개의 합동인 작은 정삼각형의 넓이의 합과 같고, 작은 정삼각형의 한 변의 길이는 2이므로 S_1의 넓이는

$12 \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{4} \cdot 2^2 = 12\sqrt{3}$

또한, S_n과 S_{n+1}은 닮은 도형이고 닮음비가 $2:1$이므로 넓이의 비는 $4:1$이다.

따라서 S_{10}의 넓이는

$12\sqrt{3} \cdot \left(\dfrac{1}{4}\right)^9 = 3\sqrt{3} \cdot \left(\dfrac{1}{4}\right)^8 = \dfrac{3\sqrt{3}}{2^{16}}$이다.

85) 정답 ④

$P = a \cdot ar \cdot ar^2 \cdot \cdots \cdot ar^{n-1}$

$= a^n r^{1+2+3+\cdots+(n-1)} = \boxed{a^n r^{\frac{n(n-1)}{2}}}$

$Q = \dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{ar} + \dfrac{1}{ar^2} + \cdots + \dfrac{1}{ar^{n-1}}$

$= \dfrac{1}{ar^{n-1}}(r^{n-1} + r^{n-2} + \cdots + r + 1)$

$= \boxed{\dfrac{1}{ar^{n-1}}} \cdot \dfrac{1-r^n}{1-r}$

$\therefore \dfrac{S}{Q} = \dfrac{a(1-r^n)}{1-r} \cdot \dfrac{ar^{n-1}(1-r)}{1-r^n}$

$= a^2 r^{n-1}$

$= \left\{a^n r^{\frac{n(n-1)}{2}}\right\}^{\frac{2}{n}}$

$= \boxed{P^{\frac{2}{n}}}$

86) 정답:27

[출제의도] 등비수열을 이용한 수학외적문제 해결하기

수열 a, b, c의 공비를 r이라고 하면

$b = ar$, $c = ar^2$

그러므로 3^a, 9^b, 27^c은 3^a, 9^{ar}, 27^{ar^2}이고

두 수열의 공비가 같으므로

$\dfrac{9^{ar}}{3^a} = \dfrac{27^{ar^2}}{9^{ar}} = r$

즉, $3^{2ar-a} = 3^{3ar^2-2ar} = r$ $\cdots$ ㉠

$2ar - a = 3ar^2 - 2ar$

$a(3r^2 - 4r + 1) = 0$

$\therefore r = \dfrac{1}{3}$ $(\because a > 0,\ r \neq 1)$ $\cdots$ ㉡

㉡을 ㉠에 대입하면 $a = 3$

$t_A = \dfrac{3^3}{3} = 9$, $t_B = \dfrac{9^1}{1} = 9$, $t_C = \dfrac{27^{\frac{1}{3}}}{\frac{1}{3}} = 9$

$\therefore t_A + t_B + t_C = 27$

87) 정답:③

<풀이>

[출제의도] 등비수열과 수열의 극한의 성질을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

ㄱ. $S_1 = a_1$이므로 $pa_1 + 1 = a_1$

$\therefore a_1 = \dfrac{1}{1-p}$ (참)

ㄴ. $n \geq 2$일 때,

$a_n = S_n - S_{n-1}$

$= (pa_n + 1) - (pa_{n-1} + 1) = pa_n - pa_{n-1}$

$\therefore a_n = \dfrac{p}{p-1} a_{n-1}$ $(p \neq 1)$

따라서 수열 $\{a_n\}$은 등비수열이다. (참)

ㄷ. $p = \dfrac{2}{3}$이면 $\dfrac{p}{p-1} = -2 < -1$이므로

등비수열 $\{a_n\}$은 발산한다. (거짓)

88) 정답:③

<풀이>

$a_n = S_n - S_{n-1}$

$= (2^{n+1} - 1) - (2^n - 1) = 2^n \ (n \geqq 2)$

$S_1 = 2^2 - 1 = 3$ 이므로

$\therefore\ a^n_{n=2}(n \geqq 2)$, $a_1 = 3$

$\therefore\ a_1 + a_3 + a_5 + \cdots + a_{19} = 3 + 2^3 + 2^5 + \cdots + 2^{19}$

$= 1 + \dfrac{2(2^{20} - 1)}{2^2 - 1}$

$= \dfrac{2^{21} + 1}{3}$

89) 정답 : ⑤

수열 $\{a_n\}$의 첫째 항을 a_1,공차를 d라 하자.

(ㄱ) $a_1 + k,\ a_2 + k,\ a_3 + k \cdots \Leftrightarrow\ a_1 + k,\ (a_1 + d) + k,\ (a_1 + 2d) + k\ \cdots$

$\Leftrightarrow a_1 + k,\ (a_1 + k) + d,\ (a_1 + k) + 2d \cdots$ 이므로 수열 $\{a_n + k\}$는 첫째 항이 $a_1 + k,$ 공차가 d인 등차수열이다. $\therefore$ 참

(ㄴ) $ka_1, ka_2, ka_3, \cdots \Leftrightarrow ka_1, ka_1 + kd,\ ka_1 + 2kd, \cdots$ 이므로 수열 $\{ka_n\}$은 첫째항이 ka_1 , 공차가 kd인 등차수열이다. $\therefore$ 참

(ㄷ) $S_3 - S_2,\ S_5 - S_4,\ S_7 - S_6 \cdots \Leftrightarrow a_3,\ a_5,\ a_7 \cdots$

$\Leftrightarrow a_1 + 2d,\ a_1 + 4d\ , a_1 + 6d \cdots$ 이므로 수열 $\{S_{2n+1} - S_{2n}\}$은 첫 번째 항이 $a_1 + 2d$ 공차가 $2d$인 등차수열이다. $\therefore$ 참

따라서 (ㄱ), (ㄴ), (ㄷ) 모두 옳다.

90) 정답 39

<풀이>

$a_1 = S-1 = 2-4+1 =-1$

$a_n = S_n - S_{n-1}$

$= (2n^2 - 4n + 1) - \{2(n-1)^2 - 4(n-1) + 1\}$

$= 4n - 6\ \ (n \geqq 2)$

따라서 수열 $\{a_n\}$은 $a_1 =-1$, $a_2 = 2$이고 둘째 항부터 공차가 4인 등차수열을 이룬다.

이 때, $a_2 - a_1 = 2 - (-1) = 3$이고

$a_4 - a_3 = a_6 - a_5 = \cdots = a_{20} - a_{19} = 4$이므로

$(a_2 + a_4 + a_6 + \cdots + a_{20}) - (a_1 + a_3 + a_5 + \cdots + a_{19})$

$= (a_2 - a_1) - (a_4 - a_3) + (a_6 - a_5) + \cdots + (a_{20} - a_{19})$

$= 3 + 4 \times 9 = 39$